

Wintersemester 2013, Einführung in die mathematische Logik

Übungsblatt 10

**Aufgabe 1 (2 Punkte)** Für ein Modell  $\mathfrak{A}$  von ZFC sei

$$\omega^{\mathfrak{A}} := \{a \in A \mid \mathfrak{A} \models x \in \omega[a]\},$$

wobei “ $x \in \omega$ ” eine geeignete  $\{\in\}$ -Formel  $\varphi(x)$  abkürzt.

Zeigen Sie, daß es für jedes Modell  $\mathfrak{A}$  von ZFC eine elementare Erweiterung  $\mathfrak{B}$  von  $\mathfrak{A}$  gibt, so daß  $\omega^{\mathfrak{A}} \subsetneq \omega^{\mathfrak{B}}$ .

*Hinweis:* Blatt 3, Aufgabe 4.

Arbeiten Sie ab jetzt in ZF.

**Aufgabe 2 (3 Punkte)**

- (a) Beweisen Sie die Aussage “Logarithms” in Kunen, Table I.1 (Seite 40) unter Verwendung der übrigen dort gelisteten Aussagen.
- (b) Lösen Sie Kunen, Exercise I.9.54 (Seite 61).

**Aufgabe 3 (3 Punkte)** Lösen Sie Kunen, Exercise I.9.49 (Seite 60).

**Aufgabe 4 (3 Punkte)** Beweisen Sie Kunen, Lemma I.9.26 (Seite 54).

*Abgabe am Mittwoch, den 15. Januar, in und vor der Vorlesung.*