

Sommersemester 2012, Grundbegriffe der mathematischen Logik

Übungsblatt 5

Ein kleines Übungsblatt, sowohl um keine Zeitnot vor der Prüfung zu verursachen als auch um in den nächsten Übungen Zeit für Fragen zu haben.

Aufgabe 1 Sei σ die Signatur, die nur das einstellige Operationssymbol f enthält. Geben Sie einen σ -Satz an, der ein unendliches Modell hat, aber kein endliches.

Hierbei nennen wir eine Struktur *endlich*, wenn sie eine endliche Grundmenge hat, und sonst *unendlich*.

Aufgabe 2 Sei G der folgende Graph (definiert auf Übungsblatt 3):



Welche der folgenden σ_G -Sätze gelten in G ?

(a) $\exists x^0 \exists x^1 \exists x^2 \exists x^3 \wedge \wedge \wedge E_{xx}^{01} E_{xx}^{12} E_{xx}^{23} E_{xx}^{30}$

(b) $\exists x^0 \exists x^1 \wedge \neg =_{xx}^{01} \neg \exists x^7 \wedge E_{xx}^{07} \neg E_{xx}^{17}$

(c) $\neg \exists x^0 \neg \neg \exists x^1 \neg \neg \wedge \neg =_{xx}^{01} \exists x^7 \wedge E_{xx}^{07} \neg E_{xx}^{17}$

Aufgabe 3 Sei σ die aussagenlogische Signatur mit den (nullstelligen) Relationssymbolen R, S und T .

(a) Zeigen Sie, daß S logisch aus $\wedge R \neg \wedge R \neg S$ folgt, aber nicht aus $\neg \wedge R \neg S$ (zum Begriff der logischen Folgerung siehe Übungsblatt 3).

(b) Welche der folgenden σ -Sätze sind Tautologien?

(b1) $\neg \wedge \exists x =_{xx}^{00} \neg \exists x =_{xx}^{00}$

(b2) $\neg \wedge \wedge \neg \wedge R \neg S \neg \wedge S \neg T \wedge R \neg T$