

## Sommersemester 2012, Grundbegriffe der mathematischen Logik

### Übungsblatt 7

**Aufgabe 1** Zeigen Sie, daß jede GOTO-berechenbare (totale) Funktion durch ein WHILE-Programm berechnet werden kann, in dem genau eine WHILE-Schleife vorkommt.

*Hinweis:* Kleenesche Normalform.

**Aufgabe 2 (Korrigierte Version)** Für eine partielle Funktion  $f : \mathbb{N}^{k+1} \dashrightarrow \mathbb{N}$  sei

$$\mu f : \mathbb{N}^k \dashrightarrow \mathbb{N}$$

die partielle Funktion, die genau dann bei  $\bar{x} \in \mathbb{N}^k$  definiert ist, wenn

$$S_{\bar{x}} := \{y \in \mathbb{N} \mid f(\bar{x}, y) > 0 \text{ und für alle } y' \leq y \text{ ist } f(\bar{x}, y') \text{ definiert}\} \neq \emptyset,$$

und dann den Wert  $\min S_{\bar{x}}$  hat.

Zeigen Sie, daß  $\mu f$  GOTO-berechenbar ist, falls  $f$  es ist.

**Aufgabe 3** Seien

$$\begin{aligned} X &:= \{(x, y) \in \mathbb{N}^2 \mid x \leq 2^y\}, \\ Y &:= \{(x, y) \in \mathbb{N}^2 \mid 0 < x \leq 2^y\}. \end{aligned}$$

Ist  $\mu\chi_X = \mu\chi_Y$ ? Berechnen Sie  $\mu\mu\chi_X()$ .

**Aufgabe 4** Sei  $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$  eine (totale) Bijektion. Gilt im Allgemeinen, daß  $f^{-1}$  rekursiv ist, wenn  $f$  rekursiv ist?