Ergebnis und Bewertung

Die mit * gekennzeichneten Aufgaben sind waehrend der Klausur zu Bonusaufgaben erklaert worden.[1]

Gesamt: 23 Aufgaben plus 3 Bonusaufgaben

Eine richtige Antwort gibt einen Punkt, eine falsche oder fehlende Antwort keinen Punkt.

Bestehensgrenze wie angekuendigt 75%

$0.75 \cdot 23 = 17.25$ **abgerundet** also $\geq$17 Punkte für Note 4.[2]

Bewertung der Bonusaufgaben:

halber Punkt fuer richtige Antwort, 0 fuer falsche oder fehlende Antwort.

Maximalpunktzahl 24.5

Notenskala:

17, 17.5, 18 Punkte gibt Note 4

18.5, 19, 19.5 Punkte gibt Note 3

20, 20.5, 21 Punkte gibt Note 2

$>$ 21 Punkte gibt Note 1

Statistik:

5 mit $\leq 15.5 << 17$ Punkten haben nicht bestanden [3]
1 mit Note 4
4 mit Note 3
3 mit Note 2
8 mit Note 1

[1] Grund ist eine Schreibfehlerkorrektur waehrend der Klausur: das letzte y in φ_2 und φ_3 war ein x. Diese Aenderung ist zwar vereinfachend aber moeglicherweise verwirrend. Die dritte *-Aufgabe ist dadurch in Mitleidenschaft gezogen worden. Damit Sie durch die eventuelle Verwirrung keinen Nachteil haben, also Erklaerung zum Bonus.

[2] Grund der 75% ist das Zufall erwartungsgemaess 50% gibt. Nach Einfuehrung von Bonus gibt Zufall erwartungsgemaess 12.25 Punkte also 53.26%. Die Anforderung ist also gesenkt worden. In anderen Worten: angekuendigte Bestehensgrenze war Faktor 1.5 von Erwartung Zufall; tatsaechliche Bestehensgrenze (17 Punke) ist Faktor ≈ 1.39 von Erwartung Zufall.

[3] Muendliche Wiederholungspruefungen nach persoenlicher Vereinbarung ab Anfang naechstes Semester.

Klausur am 24/06/2015 zur VO 250077, Grundbegriffe der mathematischen Logik, S2015.

Es sind keine Hilfsmittel erlaubt.

Name, Vorname:

Matrikelnummer/ Studienkennzahl:

Bitte antworten Sie mit **W** *(wahr) oder* **F** *(falsch).*

Die Menge der berechenbaren Funktionen ist die kleinste Menge, die alle primitiv rekursiven Funktionen enthält und sowohl unter Einsetzung als auch unter μ-Rekursion abgeschlossen ist. W

Sei $g : \mathbb{N}^2 \to \mathbb{N}$ primitiv rekursiv und $f : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ gegeben durch: $f(n)$ sei das grösste m, so daß $m \leq n$ und $g(n,m) = 0$; wenn es kein solches m gibt, dann sei $f(n) = 0$.

Dann folgt, dass f primitiv rekursiv ist. W

Dann folgt, dass f rekursiv ist. W

Sei $g : \mathbb{N}^2 \to \mathbb{N}$ primitiv rekursiv. Die Funktion $f : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ erfülle $f(0) = f(1) = 0$ und $f(n+2) = g(n+3, f(n))$. Dann folgt, dass f primitiv rekursiv ist. W

Sei $f : \mathbb{N}^2 \to \mathbb{N}$ primitiv rekursiv. Dann folgt, dass die Menge $\{n \in \mathbb{N} \mid (n)_0 = f((n)_1, (n)_2)\}$ primitiv rekursiv ist. W

Sei $R \subseteq \mathbb{N}$ rekursiv aufzählbar. Dann folgt, dass $\{(n,k) \in \mathbb{N}^2 \mid$ für mindestens k viele m gilt: $\langle m,n \rangle \in R\}$ rekursiv aufzählbar ist. W

Seien $R, S \subseteq \mathbb{N}$ rekursiv aufzählbar.

Dann folgt, dass $R \setminus S$ arithmetisch ist. W

Dann folgt, dass $R \setminus S$ rekursiv aufzählbar ist. F

Erinnerung zur Notation: $L_N = \{S, +, \cdot, 0, <\}$ *ist die Sprache der Arithmetik,* $\mathfrak{N}$ *ist das Standardmodell, und* $\mathrm{Th}(\mathfrak{N}) = \{\varphi \mid \varphi \text{ ist ein } L_N\text{-Satz und } \mathfrak{N} \models \varphi\}$.

Für jeden L_N-Term $t(x)$ gibt es eine rekursive Funktion $f : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$, so dass $t^{\mathfrak{N}}[n] = f(n)$ für alle $n \in \mathbb{N}$. W

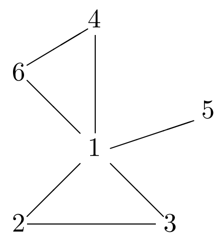
Für jede L_N-Formel $\varphi(x)$ gibt es eine rekursive Funktion $f : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ so dass für alle $n \in \mathbb{N}$ gilt: $f(n) = 0 \Longleftrightarrow \mathfrak{N} \models \varphi[n]$. F

Für jede rekursive Funktion $f : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ gibt es eine L_N-Formel $\varphi(x)$ so dass für alle $n \in \mathbb{N}$ gilt: $f(n) = 0 \Longleftrightarrow \mathfrak{N} \models \varphi[n]$. W

Die Menge $\{\ulcorner \varphi \urcorner \mid \varphi \in \mathrm{Th}(\mathfrak{N})\}$ ist rekursiv aufzählbar. F

Es gibt ein Modell $\mathfrak{A}$ von $\mathrm{Th}(\mathfrak{N})$, so dass es $a, b \in A$ gibt, so dass die folgende Menge unendlich ist: $\{c \in A \mid (a,c) \in <^{\mathfrak{A}} \text{ und } (c,b) \in <^{\mathfrak{A}}\}$ W

Wir betrachten die Sprache $L = \{E\}$ für ein zweistelliges Relationssymbol E. Es seien $x, y, z, x_1, x_2, \ldots$ paarweise verschiedene Variablen. Ein Graph *ist eine L-Struktur $\mathfrak{G} = (G, E^{\mathfrak{G}})$ wobei $E^{\mathfrak{G}}$ irreflexiv und symmetrisch ist. Die folgende Skizze stellt einen Graph $\mathfrak{G}$ mit Grundmenge $G = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ dar.*



Es gilt $\mathfrak{G} \models \varphi_1$ wobei $\varphi_1 := \exists x \exists y \forall z ((Exz \lor x \doteq z) \land (Ezy \lor y \doteq z))$. W

* Es gilt $\mathfrak{G} \models \varphi_2$ wobei $\varphi_2 := \forall x \exists y \forall z ((Exy \lor x \doteq y) \land (\neg y \doteq z \to Eyz))$. W

* Es gilt $\mathfrak{G} \models \varphi_3$ wobei $\varphi_3 := \forall x \forall z \exists y ((Exy \lor x \doteq y) \land (\neg y \doteq z \to Eyz))$. W

Es gilt $\mathfrak{G} \models \varphi_4$ wobei $\varphi_4 := \exists x_1 \exists x_2 \ldots \exists x_{100} (x_{100} \doteq x_1 \land \bigwedge_{i=1}^{99} Ex_i x_{i+1})$. W

Sei $\psi(x_1) := \forall y \forall z ((Ex_1 y \land Ex_1 z) \to y \doteq z)$.

Dann gilt $\mathfrak{G} \models \psi[5]$. W

Dann gilt $\mathfrak{G} \models \psi[6]$. F

Es gibt eine L-Formel $\chi(x_1)$ so dass $\mathfrak{G} \models \chi[2]$ und $\mathfrak{G} \models \neg\chi[3]$. F

* $(\varphi_2 \to \varphi_1)$ ist beweisbar. F

$(\varphi_2 \to \varphi_3)$ ist allgemeingültig. W

Gelte wie oben $L = \{E\}$. Für einen L-Satz φ sei $\mathrm{Mod}(\varphi)$ *die Klasse der L-Strukturen $\mathfrak{A}$ mit $\mathfrak{A} \models \varphi$.*

Es gibt (einen L-Satz) φ so dass $\mathrm{Mod}(\varphi)$ die Klasse aller Graphen ist. W

Es gibt φ so dass $\mathrm{Mod}(\varphi)$ die Klasse aller endlichen Graphen ist. F

Es gibt φ so dass $\mathrm{Mod}(\varphi)$ die Klasse der endlichen Graphen $\mathfrak{G}$ mit $|G| \geq 100$ ist. F

Es gibt φ so dass $\mathrm{Mod}(\varphi)$ die Klasse der endlichen Graphen $\mathfrak{G}$ mit $|G| \leq 100$ ist. W