

Prüfungsergebnisse

Zufälliges ankreuzen gibt erwartungsgemäss 50% richtige Antworten. Angekündigtes Bewertungsschema war 75% richtige Antworten für die Note 4, also 21 richtige Antworten bei 28 Fragen, und bessere Noten in regelmässigen Intervallen.

Tatsächliche Bewertung ist etwas positiver: Note 4 bei 20 Punkten, das sind $\approx 71.43\%$. Nämlich:

Note 4 bei 20, 21 richtigen Antworten

Note 3 bei 22, 23

Note 2 bei 24, 25

Note 1 bei 26, 27, 28.

Statistik:

Anzahl richtige Antworten:	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28
Anzahl Studierender mit diesem Ergebnis:	1	0	2	5	4	5	3	4	4	3	0
Note:	-	-	4	4	3	3	2	2	1	1	1

Eine Prüfung als “nicht bestanden” gewertet. Notendurchschnitt der restlichen: ≈ 2.53 .

Mündliche Nachprüfung ab kommendem Wintersemester nach persönlicher Vereinbarung.

Dasselbe gilt für Prüfungseinsichten.

In Frage 2 ist ein Schreibfehler korrigiert worden: statt $f(m, n)$ hiess es fälschlicherweise $f(n)$. Es sei hiermit nochmals dem Studenten gedankt, der gleich zu Beginn der Prüfung darauf hingewiesen hat!

Klausur am 27/06/2016 zur VO 250085, Grundbegriffe der mathematischen Logik, S2016.

Es sind keine Hilfsmittel erlaubt.

Name, Vorname:

Matrikelnummer/ Studienkennzahl:

Bitte antworten Sie mit **W** (wahr) oder **F** (falsch).

Die Funktion $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ erfülle $f(0) = 1$ und $f(n+1) = \sum_{i \leq n} f(i)$. Dann ist f primitiv rekursiv. W

Sei $g : \mathbb{N}^2 \rightarrow \mathbb{N}$ primitiv rekursiv. Die Funktion $f : \mathbb{N}^2 \rightarrow \mathbb{N}$ erfülle $f(m,0) = f(m,1) = 1$ und $f(m, n+2) = g(m+n, f(m,n))$. Dann folgt, daß f primitiv rekursiv ist. W

Jede endliche Teilmenge von \mathbb{N} ist rekursiv. W

Jede Funktion $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ mit endlich vielen Werten ist rekursiv. F

Sei $R \subseteq \mathbb{N}^2$ rekursiv aufzählbar und sei $S := \{n \in \mathbb{N} \mid \text{für alle } m \in \mathbb{N} : (m,n) \in R\}$. Dann folgt:

S ist rekursiv aufzählbar. F

S ist arithmetisch. W

Sei $f : \mathbb{N}^2 \rightarrow \mathbb{N}$ eine Funktion. Die Funktion $g : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ sei wie folgt definiert: wenn es ein $m \in \mathbb{N}$ gibt, so daß $f(n,m) = 0$, so ist $g(n)$ das kleinste solche m ; wenn es kein solches m gibt, so ist $g(n) = 0$. Dann folgt:

wenn f primitiv rekursiv ist, dann ist g primitiv rekursiv. F

wenn f rekursiv ist, dann ist g rekursiv. F

wenn f arithmetisch ist, dann ist g arithmetisch. W

Sei L eine Sprache, die die Sprache $L_N = \{S, +, \cdot, 0, <\}$ der Arithmetik enthält. Sei \mathfrak{A} eine L -Struktur mit Universum \mathbb{N} , die alle Relations- und Funktionssymbole aus L durch primitiv rekursive Relationen bzw. Funktionen interpretiert. Ausserdem gelte, dass die Symbole aus L_N wie üblich interpretiert werden.

Für eine L -Formel $\varphi(x)$ sei $A_\varphi := \{n \in \mathbb{N} \mid \mathfrak{A} \models \varphi[n]\}$.

Für jeden L -Term $t(x)$ ist die durch $f(n) = t^{\mathfrak{A}}[n]$ gegebene Funktion $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ primitiv rekursiv. W

Für jede atomare L -Formel $\varphi(x)$ ist A_φ primitiv rekursiv. W

Für jede L -Formel $\varphi(x)$ ist A_φ rekursiv aufzählbar. F

Sei jetzt $L = \{P, f\}$ für ein einstelliges Relationssymbol P und ein einstelliges Funktionssymbol f . Für L -Sätze φ, ψ bedeutet $\varphi \models \psi$, daß jedes Modell von φ auch Modell von ψ ist.

$\forall x(Px \rightarrow \forall y Pfy) \models \forall y(\exists z Pz \rightarrow Pfy)$	W
$(\forall x Pfx \rightarrow \forall y Pffy)$ ist allgemeingültig	W
$\forall x\exists y(Px \rightarrow (Py \wedge fx \doteq y))$ ist allgemeingültig	F
$\forall zPz \models \forall x\exists y(Px \rightarrow (Py \wedge fx \doteq y))$	W
$\forall z\neg Pz \models \forall x\exists y(Px \rightarrow (Py \wedge fx \doteq y))$	W

Daß eine L -Formel erfüllbar ist, heißt, daß sie wahr in einer L -Struktur unter einer Belegung ist. Für eine L -Formel φ bedeutet $\vdash \varphi$, daß φ beweisbar ist, und $\not\vdash \varphi$, daß φ nicht beweisbar ist.

Für alle L -Formeln φ, ψ gilt:

wenn $\vdash (\varphi \wedge \psi)$, dann $\vdash \varphi$ und $\vdash \psi$.	W
wenn $\vdash \varphi$ und $\vdash \psi$, dann $\vdash (\varphi \wedge \psi)$.	W
wenn $\vdash (\varphi \vee \psi)$, dann $\vdash \varphi$ oder $\vdash \psi$.	F
wenn $\vdash \varphi$ oder $\vdash \psi$, dann $\vdash (\varphi \vee \psi)$.	W
wenn $\not\vdash \varphi$, dann ist $\neg\varphi$ erfüllbar.	W
wenn $\neg\varphi$ erfüllbar ist, dann $\not\vdash \varphi$.	W

Daß eine L -Struktur unendlich, überabzählbar unendlich, . . . ist, bedeutet, daß ihr Universum unendlich, überabzählbar unendlich, . . . ist.

Es gibt einen L -Satz, der ein unendliches Modell hat, aber kein endliches.	W
Es gibt einen L -Satz, der ein unendliches Modell hat, aber kein abzählbar unendliches.	F
Es gibt einen L -Satz, der ein unendliches Modell hat, aber kein überabzählbar unendliches.	F
Sei T eine L -Theorie, die nur unendliche Modelle hat, und φ ein L -Satz. Wenn φ in jedem abzählbar unendlichen Modell von T wahr ist, dann ist φ in jedem Modell von T wahr.	W
Sei T eine L -Theorie, die Modelle der Grössen $2, 2^2, 2^3, \dots$ hat, und φ ein L -Satz. Wenn φ in jedem endlichen Modell von T wahr ist, dann hat φ ein unendliches Modell.	W