

**UE GRUNDZÜGE DER MATHEMATISCHEN LOGIK (SS 2017):
ÜBUNGSBLATT 9, 19.05.2017**

Aufgabe 1. Aufgabe 2 von Übungsblatt 8 wird noch einmal ausführlich diskutiert.

Aufgabe 2. Seien x und y Mengen. Eine Menge $f \subseteq x \times y$ ist eine *Funktion* von x nach y gdw. für jedes $a \in x$ genau ein $b \in y$ existiert, so dass $(a, b) \in f$. Zeigen Sie in ZFC die Existenz der folgenden Mengen:

- (1) $x \cup y$
- (2) $x \times y$
- (3) ${}^x y = \{f : f \text{ ist eine Funktion von } x \text{ nach } y\}$

Aufgabe 3. Eine unendliche Menge A heißt *überabzählbar* gdw. es keine surjektive Abbildung von \mathbb{N} auf A gibt. Beweisen Sie, dass das offene Intervall $(0, 1)$ von reellen Zahlen überabzählbar ist.

Hinweis: Zeigen Sie, dass es eine Bijektion von der Potenzmenge $\mathcal{P}(\mathbb{N})$ von \mathbb{N} auf ${}^{\mathbb{N}}\{0, 1\}$ gibt und außerdem, dass es eine Injektion von ${}^{\mathbb{N}}\{0, 1\}$ nach $(0, 1)$ gibt.